

A BEFEKTETÉSI ALAPOK ELEMZÉSÉNEK HIBRID MEGKÖZELÍTÉSE

A magyar piac vizsgálata panelmodellekkel és klaszteranalízissel

Vancsura László – PlánteK Katalin – Parádi-Dolgos Anett¹

ABSZTRAKT

Tanulmányunk célja a hazai befektetési alapok teljesítményének és költségstruktúrájának vizsgálata 2017 és 2023 között. Panelregressziós modellek segítségével elemeztük az éves hozam és a teljes költséghányad (Total Expense Ratio, TER) alakulását meghatározó tényezőket, különös tekintettel a hozamingadozásra, az alap méretére, múltbeli teljesítményére és eszközosztály-besorolására. Eredményeink azt mutatják, hogy a kockázat szintje, az aktuális nettó eszközérték és a költségek szignifikáns kapcsolatban állnak az alapok teljesítményével. Klaszterelemzésünk alapján a magyar alapok a következő három csoportba sorolhatók: konzervatív, stabil hozamú, valamint nagyobb kockázatú, de magasabb elérhető hozamot kínáló alapok. Eredményeink rámutatnak, hogy a tudatos portfólióépítéshez befektetői részről elengedhetetlen a költségek és a kockázati profil azonosítása. A tanulmány bemutatja, hogy az alapok belső jellemzői és piaci stratégiái hogyan befolyásolják teljesítményüket, így segítve elő a pénzügyi műveltség növelését. Módszertani szempontból a kutatás új megközelítést kínál a befektetési alapok elemzéséhez azáltal, hogy a klasszikus ökonometria panelmodellezést gépi tanulási elemekkel ötvözi. Eredményeink nemcsak a hazai befektetők és alapkezelők számára relevánsak, hanem a nemzetközi szakirodalom és szabályozási környezet szempontjából is, mivel rávilágítanak a piac strukturális heterogenitására és a befektetési stratégiák sokféleségére.

JEL-kódok: G10, G23, M14

Kulcsszavak: befektetési alapok, ESG, TER, panelregresszió, k-közép klaszterelemzés, pénzügyi tudatosság

¹ Vancsura László tudományos segédmunkatárs. Agrárlogisztika, Kereskedelem és Marketing Tanszék, Agrár- és Élelmiszergazdasági Intézet; Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem, Kaposvár. E-mail: vancsura.laszlo@uni-mate.hu.

PlánteK Katalin PhD-hallgató. Gazdaság- és Regionális Tudományok Doktori Iskola, Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem, Kaposvári Campus. E-mail: plantek.katalin@phd.uni-mate.hu.

Parádi-Dolgos Anett egyetemi docens. Befektetési, Pénzügyi és Számviteli Tanszék, Vidékfejlesztés és Fenntartható Gazdaság Intézet, Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem, Kaposvár. E-mail: paradi-dolgos.anett.katalin@uni-mate.hu.

1. BEVEZETÉS

A befektetési alapok világszerte mind a lakossági, mind az intézményi befektetői portfóliók szerves részévé váltak. A diverzifikált eszközallokáción és a profesz-szionális eszközkezelés előnyeinek túl ezek az eszközök hozzáférést biztosítanak a nemzetközi, valamint ágazatspecifikus piacokhoz. A befektetési alapok különösen népszerűek alacsony kamatkörnyezetben, amelyben a hozamcél érdekében még nagyobb súlyt kapnak a strukturált, költséghatékony és átlátható pénzügyi termékek (Célrier–Vallée, 2015). A befektetési alap kiválasztása azonban összetett döntés, amelyet több tényező befolyásol, beleértve az alap múltbeli teljesítményét, kockázati szintjét, költségstruktúráját, eszközosztályát, valamint földrajzi és tematikus fókuszát. Az elmúlt években újabb döntési dimenzióként jelentek meg a fenntarthatósági szempontok, különösen a környezeti, társadalmi és irányítási (ESG) kritériumok. Ezek figyelembevétele nemcsak etikai, hanem gazdasági okokból is egyre fontosabb (Kiyamaz, 2019; Goncalves et al., 2021). Kutatói és befektetői körökben is egyre inkább felismerik, hogy az ESG-szempontokat beépítő alapok nem feltétlenül teljesítenek rosszabbul, sőt bizonyos esetekben alacsonyabb kockázat mellett nyújthatnak versenyképes hozamot (Gupta–Chaudhary, 2023; Friede et al., 2015). Ugyanakkor a befektetők pénzügyi műveltsége, azaz képességük a különböző pénzügyi termékek kockázatainak és várható eredményeinek értelmezésére és mérlegelésére, szintén döntő szerepet játszik a hosszú távú pénzügyi jólétben (Choowan et al., 2025). A pénzügyi műveltség szorosan összefügg a befektetők döntéshozatali szempontrendszerével. Hatással van például arra, hogy az alacsonyabb TER-mutatójú, fenntarthatóbb hosszú távú teljesítményt nyújtó alapokat részesítik előnyben, vagy hajlandók magasabb díjat fizetni a magasabb elérhető hozamért cserébe (Li et al., 2020; Atkinson et al., 2015). Bár mind a hazai, mind a nemzetközi bizonyítékok azt mutatják, hogy a költségek jelentősen befolyásolják a hozamot (Wermers, 2000; Levine, 2023), sok befektető továbbra sem kellően érzékeny erre a tényezőre. E tanulmány célja, hogy átfogó elemzést nyújtson a Magyarországon működő befektetési alapok teljesítményéről és költségstruktúrájáról a 2017 és 2023 közötti időszakban. A kutatás elsősorban az éves hozamot (Éves hozam) és a teljes költséghányadot (TER) befolyásoló tényezőkre összpontosít. Vizsgáljuk a hozam volatilitását, az alap méretét, korát és eszközosztályát, valamint az ESG és a földrajzi besorolás hatását. A tanulmány ezenfelül a különböző fokú pénzügyi műveltség és e tulajdonságok kapcsolatát is igyekszik feltérképezni, így például azt, hogy egy költségtudatos befektető vajon eltérő típusú alapokat választ-e, mint egy kockázattűrő, hozamorientált befektető. Elemzésünk hozzájárul a befektetői döntéseket befolyásoló tényezők, valamint a termékek jellemzői, teljesítménye és költségstruktúrája közötti összefüggések alaposabb megértéséhez. Az eredmények nemcsak a befektetőknek adhatnak

hasznos iránymutatást a tájékozott döntéshozatalhoz, hanem a szabályozó hatóságokat és az alapkezelőket is segíthetik az átlátható és versenyképes termékkinálat kialakításában.

1.1. A befektetési alapok teljesítményének meghatározó tényezői

A befektetési alapok hozamával és az azt meghatározó tényezőkkel többféle kutatási irányzat foglalkozott a klasszikus, hatékonyság-alapú pénzügyi elméletektől (pl. Jensen, 1968; Sharpe, 1966) a modern viselkedési pénzügyekig. A hozamok volatilitása, mint a kockázat egyik alapvető mutatója, szorosan összefügg az elért teljesítménnyel (Fama–French, 1993). A legújabb tanulmányok alapján a magasabb volatilitású alapoknak magasabb az átlagos hozampotenciálja, különösen bizonyos eszközosztályok, így például a részvény- vagy az árupiaci alapok esetében (Baker et al., 2020; Zhang–Kuo, 2021). Ugyanakkor az alap méretének helyettesítő mutatójaként értelmezett NAV (Net Asset Value, nettó eszközérték) és a teljesítmény között összetett a kapcsolat. Egyes kutatások szerint a nagyobb alapok méretgazdaságosabban és alacsonyabb tranzakciós költséggel tudnak működni (Adams et al., 2022; Chen et al., 2004), míg más eredmények alapján a túl nagy méret kisebb fokú rugalmassággal és hozampotenciállal jár (Al Shaekh et al., 2024). Az alap kora – az alapkezelői tapasztalat vagy a működési stabilitás egyfajta mutatójaként – szintén releváns lehet a teljesítmény előrejelzésében, de e tekintetben vegyesek az empirikus eredmények. Chen et al. (2004) például megállapították, hogy bár a régebbi alapok stabilabb hozamot érnek el, lassabban alkalmazkodnak a piaci változásokhoz.

Singh és Tandon (2021) 81 indiai befektetési alapot vizsgáltak a 2013 és 2019 közötti időszakban, hogy meghatározzák, mely jellemzők befolyásolják azok teljesítményét. Az elemzett változók közé tartozott többek között a nettó eszközérték (NAV), a portfólió forgási sebessége (PTR), az alap mérete (AUM), a teljes költséghányad (TER) és az alap kora (Kor). Az alap jellemzői és teljesítménye közötti összefüggéseket fixhatású panelregressziós modellel becsülték. Első elemzésükben, amelyben a bruttó hozamot használták a teljesítmény mérőszámaként, szignifikáns kapcsolatot találtak a NAV, a PTR, az AUM és a Kor változókkal. Második elemzésükben kockázattal korrigált teljesítménymutatókat (Treynor-mutató és Jensen-alfa) alkalmaztak, és arra a következtetésre jutottak, hogy a NAV és a TER szignifikánsan befolyásolta az alapok teljesítményét. Junaeni (2022) a cash flow (CF), az alap mérete (AUM), a teljes költséghányad (TER) és a portfólió forgási sebességének (PTR) teljesítményre gyakorolt hatását vizsgálta 30 indonéz alap 2015 és 2017 közötti adatain, véletlen hatású panelregressziós elemzéssel. Csak a cash flow mutatott szignifikáns pozitív hatást, míg az összes többi változó esetében – beleértve a TER-t is – nem volt jelentős hatás azonosítható. Babbar és Sehgal (2018)

237 nyíltvégű indiai részvényalap 2007 és 2013 közötti adatait elemezték az alapok teljesítményét befolyásoló jellemzők azonosítása céljával. A vizsgált változók közé tartozott az alap mérete (AUM) és növekedése, a teljes költséghányad (TER), a portfólió forgási sebessége (PTR), a nettó eszközérték (NAV), valamint az alap kora (Kor). Fixhatású panelregressziós elemzésük megállapította, hogy az alap kora pozitívan befolyásolta annak teljesítményét, míg az AUM-mal, a növekedéssel és a NAV-val negatív kapcsolat volt megfigyelhető. A teljesítmény sem a TER-rel, sem a PTR-rel nem mutatott szignifikáns összefüggést. Filip (2018) 152 lengyel befektetési alapot vizsgált 2002 és 2015 között paneladat-elemzésében, amelyhez magyarázó változóként többek között az alap méretét (AUM), a teljes költséghányadot (TER) és az alap korát (Kor) vette. Megállapította, hogy míg az AUM és a TER pozitívan, addig a kor negatívan befolyásolta az alapok teljesítményét. Következtetése szerint a belföldi részvényalapok kezelési hatékonysága inkább a költséghányaduktól, mint a méretüktől és koruktól függ, míg a külföldi részvényalapok esetében a méret és a kor a meghatározóbb. Inés Sá et al. (2024) belföldi és külföldi részvényekbe fektető portugál befektetési alapok 2005 és 2022 közötti teljesítményét elemezték egy hatfaktoros robusztus modell alkalmazásával. Az alapok jellemzőinek teljesítményre gyakorolt hatását fixhatású panelregresszióval értékelték, amelyben a változók az alap kora (Kor), az alapcsalád mérete, a teljes költséghányad (TER), az alap mérete (AUM) és a tőkebeáramlás (flows) voltak. A legtöbb belföldirészvény-alap semleges eredményt ért el, míg a külföldirészvény-alapok a vártnál rosszabbul teljesítettek. Az alap kora negatívan befolyásolta a teljesítményt, míg a TER és a teljesítmény között nem volt szignifikáns kapcsolat kimutatható.

1.2. A költségek szerepe a befektetési alap teljesítményében

A befektetési alapok teljes költséghányada a befektetői döntéshozatal egyik legfontosabb, mégis gyakran alulértékelt tényezője. Hosszú távon a költségek jelentősen csökkenthetik a nettó hozamot, különösen a passzív vagy alacsony forgási sebességű alapok esetében (Livingston, 2019). Az empirikus kutatások következetesen azt mutatják, hogy a magas TER-mutatójú alapok nem feltétlenül teljesítenek jobban; sőt, a magasabb költségek gyakran gyengébb teljesítményt vetítenek előre (Mansor et al., 2015; Sofi–Yahya, 2019; ESMA, 2019). Ugyanakkor a komplex stratégiát követő, aktívan kezelt alapoknál indokolt lehet a magasabb TER, ha valódi hozzáadott értéket generál (Sheng et al., 2019). A befektetők költségérzékenysége azonban változó. A kutatási adatok szerint az alacsonyabb pénzügyi műveltségű befektetőket kevésbé foglalkoztatja a TER, míg a pénzügyileg tudatosabb piaci résztvevők aktívan keresik az alacsonyabb díjakkal járó alternatívákat (Jiang et al., 2020; Sholl–Fontes, 2022).

1.3. Pénzügyi műveltség és befektetési döntések

Egyre inkább felismerik a pénzügyi műveltség jelentőségét a befektetési döntéshozatalban. Az OECD (2020) meghatározása szerint a pénzügyi műveltség azon készségek és ismeretek kombinációja, amelyek segítségével a befektetők tájékozott és felelős döntést tudnak hozni pénzügyeik kezeléséről. Számos empirikus tanulmány igazolja, hogy a magasabb pénzügyi műveltségű egyének nagyobb valószínűséggel vetik össze az alapok költségeit, elemzik a múltbeli hozamokat, és kerülnek az indokolatlanul magas díjjal működő alapokat (Hastings et al., 2013; Lusardi et al., 2017; Lusardi–Mitchell, 2014). A pénzügyi műveltség szerepe különösen fontos a befektetési alapok esetében, mivel a szegmens összetett termékei és díjstruktúrái nehezen átláthatók a kevésbé tapasztalt befektetők számára (Nilsson et al., 2024). Egyes tanulmányok a pénzügyi műveltség szintjét konkrét mutatókkal próbálják meghatározni, például az alapján, hogy a befektető az alacsony TER-t, a hosszú távú stabil hozamot vagy az alacsonyabb volatilitást részesíti-e előnyben (Choi et al., 2010). Ezek a viselkedésminták a tudatos befektetői magatartás mutatóiként értelmezhetők, és akár kompozit indexbe is rendezhetők (Müller–Weber, 2010; Grinblatt et al., 2016).

1.4. ESG és fenntarthatósági szempontok

Az ESG- (környezetvédelmi, szociális, irányítási) alapok megjelenésével új dimenzióval bővült a befektetési alapok kutatása. Az elmúlt években számos tanulmány vizsgálta az ESG-szempontokat érvényesítő alapok teljesítményét és költségstruktúráját. Az eredmények alapján ezek az alapok gyakran magasabb díjakkal működnek, de egyre több bizonyíték mutat arra, hogy képesek versenyképesen teljesíteni, akár aránylag alacsonyabb kockázat mellett (ESMA, 2022; Baker et al., 2022). Az ESG-minősítés különösen hangsúlyos azon befektetők körében, akik tudatosan keresik a társadalmilag felelős és fenntartható alternatívákat, ami megint csak a pénzügyi műveltség fontosságát tanúsítja (Deka et al., 2023). Az ESG mint döntési tényező különösen fontos a jelen tanulmány szempontjából, mivel nemcsak a piaci dinamikát, hanem viselkedési mintákat is tükröz. Mind a hazai, mind a nemzetközi szakirodalom megerősíti, hogy a befektetési alapok teljesítményét és költségeit több tényező befolyásolja, amelyek közül a volatilitás, az alap mérete és kora, valamint földrajzi és eszközosztály-besorolása a legjelentősebbek. A pénzügyi műveltség viselkedési és strukturális szinten a költségérzékenységekben, az eszközök kiválasztásában és a hosszú távú eredmény előnyben részesítésében nyilvánul meg. A tanulmány célja e tényezők kvantitatív vizsgálata, valamint a hazai befektetési alapok példáján keresztül a hozam, a kockázat, a költségek és a tájékozott döntéshozatal közötti kapcsolatokban megfigyelhető minták feltárása.

2. ADATOK ÉS MÓDSZEREK

2.1. Regressziós modell, adatok, változók és leíró statisztikák

Tanulmányunkban a magyar alapkezelők által kezelt befektetési alapokat vizsgáltuk panelregressziós módszerrel a 2017 és 2023 közötti időszakban. Az adatokat a Magyar Nemzeti Bank és a Befektetési Alapkezelők és Vagyongkezelők Magyarországi Szövetsége (BAMOSZ) nyilvánosan elérhető adatbázisaiból töltöttük le. A modellhez a következő változókat használtuk:

- Éves hozam: a befektetési alap éves hozama százalékban kifejezve.
- Hozam a kezdetektől: a befektetési alap összesített hozama az alap indulásától a vizsgált év végéig számítva, százalékban kifejezve.
- Előző hozam: az előző évben elért hozam, százalékban kifejezve.
- Éves szórás: a tárgyév hozamainak szórása.
- Tárgyévi nettó eszközérték (mrd Ft): az év végi nettó eszközérték, milliárd forintban kifejezve.
- Alapok kora (hónap): az alap indulástól számított életkora, hónapokban mérve.
- TER: a befektetési alap teljes költséghányada az adott évben.
- ESG: az ESG-minősítést jelölő dummy változó.
- Feltörekvő piacok dummy: a változó azt jelzi, hogy az alap részvényei földrajzilag a feltörekvő piacokon helyezkednek-e el.
- Fejlett piacok dummy: a változó azt jelzi, hogy az alap részvényei földrajzilag a fejlett piacokon helyezkednek-e el.
- Az alapokat befektetési politikájuk szerint a következő csoportokba soroltuk: Abszolút hozamú alapok, Árupiaci alapok, Ingatlanpiaci alapok, Kötvényalapok, Pénzpiaci alapok, Részvényalapok és Egyebek.
- A panelmodellek heteroszkedaszticitását a Breusch–Pagan és a White-próbákkal teszteltük. Mivel a legtöbb modellnél a teszteredmények heteroszkedaszticitást jeleztek, robusztus becslési módszereket kellett alkalmaznunk. Vizsgáltuk a multikollinearitást is, amely egyik modellben sem volt kimutatható, így nem volt szükséges módosítani a függő és független változók eredeti kombinációját. A szélsőséges hozamértékeket azonban kezelniük kellett (1. ábra), ezért a mintát a -50% és $+50\%$ közötti éves hozamú megfigyelésekre korlátoztuk. Az elemzéshez a Stata 17-es verzióját használtuk.

A bemutatott leíró statisztikák (1. táblázat) a 1967 észrevételből álló mintára vonatkoznak, és több dimenzió mentén nyújtanak áttekintést a befektetési alapok jellemzőiről. A legfontosabb változók többek között az éves hozam (Éves hozam),

a hozam volatilitása (Éves szórás), a tárgyévi és az előző évi nettó eszközérték (NAV), a múltbeli hozamok, az alap kora és a teljes költséghányad (TER).

1. táblázat

A tanulmányban vizsgált befektetési alapok leíró statisztikái a 2017 és 2023 közötti időszakra vonatkozóan

Változó	Megfigyelések száma	Átlag	Szórás	Minimum	Maximum
Éves hozam	1967	4,772	11,160	-34,130	49,300
Éves szórás	1967	6,009	4,678	0,140	21,68
Tárgyévi nettó eszközérték (mrd Ft)	1967	14,957	46,789	0,002	659,108
Előző évi nettó eszközérték (mrd Ft)	1967	12,954	39,849	0,000	590,264
Előző hozam	1967	3,392	9,996	-34,130	49,300
Hozam a kezdetektől	1967	3,904	3,815	-7,880	37,910
Alapok kora (hónap)	1967	147,785	73,266	24	360
TER	1967	1,583	0,704	0,039	4,533
ESG	154	-	-	-	-
Abszolút hozamú alapok	658	-	-	-	-
Árpiaci alapok	42	-	-	-	-
Ingatlanpiaci alapok	49	-	-	-	-
Kötvényalapok	336	-	-	-	-
Pénzpiaci alapok	28	-	-	-	-
Részvényalapok	525	-	-	-	-
Egyebek	329	-	-	-	-

Forrás: saját szerkesztés a STATA17 adatai alapján

Az átlagos éves hozam (Éves hozam) 4,772% volt, de a hozam szórása (11,16%), valamint minimális (-34,13%) és maximális értékei (49,3%) rendkívül nagy szóródást jeleznek. Azaz, míg a legtöbb alap pozitív hozamot ért el, a teljesítményük meglehetősen változó: egyes alapok jelentős veszteséget könyveltek el, mások viszont rendkívül magas nyereséggel működtek a vizsgált időszakban. A negatív minimumérték és a kiugró maximumérték a kockázatok sokféleségét és az esetleges szélsőséges piaci mozgások hatását jelzi. A hozamingadozást tükröző éves szórás (Éves szórás) átlagosan 6,009% volt, viszonylag nagy szóródás (4,678) mellett. A legalacsonyabb érték (0,14) valószínűleg egy kiemelten stabil alaphoz (talán

egy pénzüpiaci vagy kötvényalaphoz) köthető, míg a legmagasabb érték (21,68) egy jelentős kockázatot hordozó alapra (például részvény- vagy árupiaci alapok) utal.

Az átlagos nettó eszközérték (NAV) a tárgyévben 14,957 milliárd Ft, az előző évben pedig 12,954 milliárd Ft volt. A nullához közelítő minimális NAV-értékekkel szemben megfigyelt maximumok (a tárgyévben 659 milliárd Ft, az előző évben 590 milliárd Ft) mögött néhány meghatározó iparági szereplő nagy eszközállománya feltételezhető. Ez a markáns szóródás jelzi, hogy a minta rendkívül heterogén: kisebb, kevésbé ismert alapokat és nagy, domináns piaci szereplőket egyaránt magában foglal. Az átlagos múltbeli hozamok (Előző hozam és Hozam a kezdetektől) 3,392%, illetve 3,904% voltak. Az alapok átlagéletkora (Alapok kora {hónap}) 147 hónap, vagyis körülbelül 12 év volt, ami viszonylag érett alapokat jelent. A változó minimális (24 hónap) és maximális (360 hónap, azaz 30 év) értékei alapján a mintába egyaránt bekerültek újonnan létrehozott és hosszú múltra visszatekintő alapok. Ez a sokféleség lehetőséget teremt az alapok hosszú távú teljesítménye és érettsége által gyakorolt hatások elemzésére is. Az átlagos TER-érték 1,583% volt, ami nemzetközi összehasonlításban közepes szintnek felel meg. A minimumérték rendkívül alacsony volt (0,039%), míg a maximumérték (4,533%) különösen magas. Utóbbi valószínűleg egy összetett vagy alternatív befektetési stratégiákat alkalmazó alaphoz köthető. A 0,704-es szórásérték a költségek jelentős heterogenitását tükrözi, aminek a befektetői döntéshozatalban is fontos szerepe lehet. A leíró statisztikák összességében azt mutatják, hogy a magyar befektetési alapok piaca rendkívül változatos hozam, kockázat, méret és költségek tekintetében. Az adatok alapján a piacon egyszerre vannak jelen stabil, alacsony költségű és volatilitású alapok, valamint kockázatosabb termékek, amelyek magasabb hozamot kínálnak magasabb költség fejében. Ez a sokféleség változatos lehetőségeket biztosít a befektetőknek, ugyanakkor kiemelten fontossá teszi a gondos elemzést befektetési döntéseik meghozásakor.

2.2. Főkomponens-elemzés

A főkomponens-elemzés (Principal Component Analysis, PCA) az egyik legelterjedtebb dimenziócsökkentő technika a statisztika és a gépi tanulás területén. Elsődleges célja, hogy a sokdimenziós adatokat lineáris transzformációval alacsonyabb dimenziószámú térbe vetítse, minimális információvesztéssel. A PCA egyik legfőbb előnye, hogy kiválóan szemléltethető vele az adatok, így könnyen azonosíthatók a trendek, minták és kiugró értékek. A módszer alapjait Pearson (1901) vázolta fel, majd később Hotelling (1933) dolgozta ki részletesen. Ma a PCA-t számos tudományágban alkalmazzák, beleértve az orvostudományt, a környezettudományt és a közgazdaságtant. Oprea (2022) a román államkötvények hozamgörbéjének dinamikáját vizsgálta a PCA módszerrel, bizonyítva,

hogy a hozamgörbe változásainak 97%-át három komponens magyarázza. Yang et al., (2017) tőzsdei elemzésükben kimutatták, hogy még a legkisebb sajátértékekkel rendelkező komponensek is hordozhatnak fontos pénzügyi információkat. Zoričić et al., (2020) a fundamentumalapú portfóliósúlyozás optimalizálására használták fel a PCA-t, egy minimális varianciájú portfóliót képezve.

2.3. Klaszterelemzés

A k-közép klaszterelemzés az adatbányászat egyik legszélesebb körben alkalmazott módszere. Az eljárás során az eredeti adathalmazt az előre meghatározott, k számú klaszterre osztjuk fel. A módszer legkritikusabb eleme a kiinduló k-érték helyes meghatározása, mivel ez adja meg, hogy az algoritmus hány csoportra osztja az adatokat. A túl alacsony vagy túl magas érték problémákhoz vezethet (Ahmed et al., 2020), és torzíthatja az eredményeket. Az elemzés során mindegyik klaszter kap egy középpontot, majd minden adatpontot a hozzá legközelebb eső középponthoz rendeli az algoritmus. Ez után a kezdeti klaszterbe sorolás után az algoritmus újraszámítja az egyes klaszterek középpontját a hozzájuk rendelt adatpontok átlaga alapján. E lépéseket iteratív módon addig ismételjük, amíg a középpontok nem változnak jelentősen.

Számos megközelítés létezik a k optimális értékének meghatározására; ilyenek a könyök- és a sziluettmódszer, a gap statisztika és a canopy előklaszterezési módszer (Yuan–Yang, 2019). Elemzésünkben a könyök- és a sziluettmódszert alkalmaztuk. A könyökmódszer elsősorban vizuális megközelítés: a klaszteren belüli négyzetek összegét (azaz az adatpontok és a középpontjuk közötti négyzetes távolságok összegét) ábrázolja különböző k-értékek függvényében. Az eredményül kapott grafikonon egy töréspontot – vagy „könyököt” – kell keresni, ami azt jelzi, hogy a k további növekedése már nem javítja jelentősen az illeszkedést. Ezt a k-értéket használjuk az elemzéshez. A „könyök” azonosítása azonban nem mindig magától értetődő. Az elsőként Rousseeuw (1987) által felvázolt sziluettmódszer objektívebb megközelítést képvisel. A módszer minden egyes adatpontra egy sziluettagyűthetőséget számít két mérőszám, a kohézió (az adatpont saját klaszteréhez való hasonlósága) és az elkülönülés (különözöttsége más klaszterektől) alapján. Ezen értékek felhasználásával, a meghatározott képlettel kapjuk meg a sziluettagyűthetőséget, amelynek értéke -1 és 1 között mozoghat. Minél közelebb áll az érték az 1 -hez, annál jobb a klaszterezés minősége. A gyakorlatban tanácsos kombinálni a két módszert: a könyökmódszer jó kiindulási pontot ad, míg a sziluettagyűthetőségi finomítja a klaszterezési megoldást. A k-közép klaszterezés portfólió kiválasztási és –optimalizálási folyamatokhoz is alkalmazható (Bolos et al., 2025; Sukono et al., 2024; Tenkam et al., 2022).

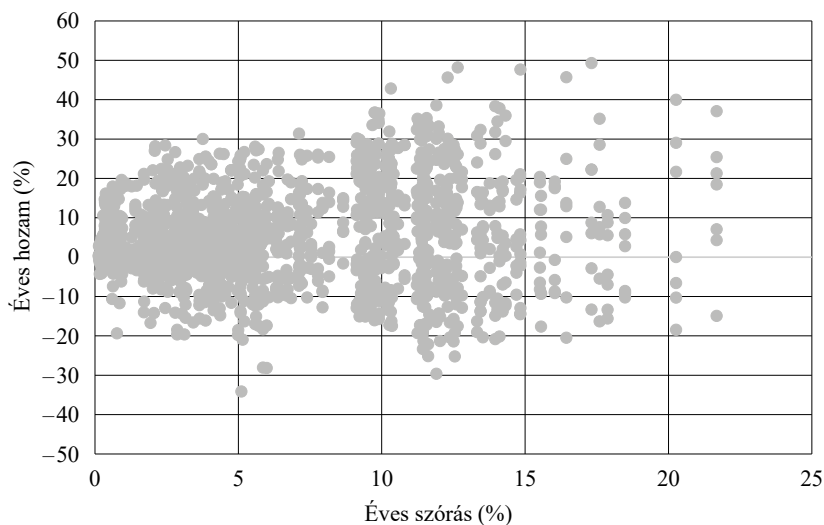
3. EREDMÉNYEK

3.1. Feltáró adatelemzés

Az 1. ábra az éves hozam és az éves szórás (kockázat) közötti kapcsolatot szemlélteti az egyes befektetési alapok szintjén. Általában pozitív korreláció figyelhető meg a kockázat és a hozam között: a nagyobb volatilitású (azaz magasabb kockázatú) alapok hozama rendszerint szélesebb sávban mozog, beleértve a magasabb pozitív hozamot, de a negatív eredmény valószínűsége is nagyobb. Ezzel szemben az alacsonyabb volatilitású alapok hozama általában szűkebb tartományban ingadozik, tehát alacsonyabb a hozampotenciál, ugyanakkor kisebb a veszteség valószínűsége. Az ábra jól szemlélteti a pénzügyekben közismert hozam–kockázat kompromisszumot, azaz, hogy a magasabb elérhető hozamért nagyobb bizonytalanságot (kockázatot) kell vállalni.

1. ábra

Az elemzett befektetési alapok éves volatilitása és hozama közötti relatív kapcsolat a 2017–2023 közötti időszakban



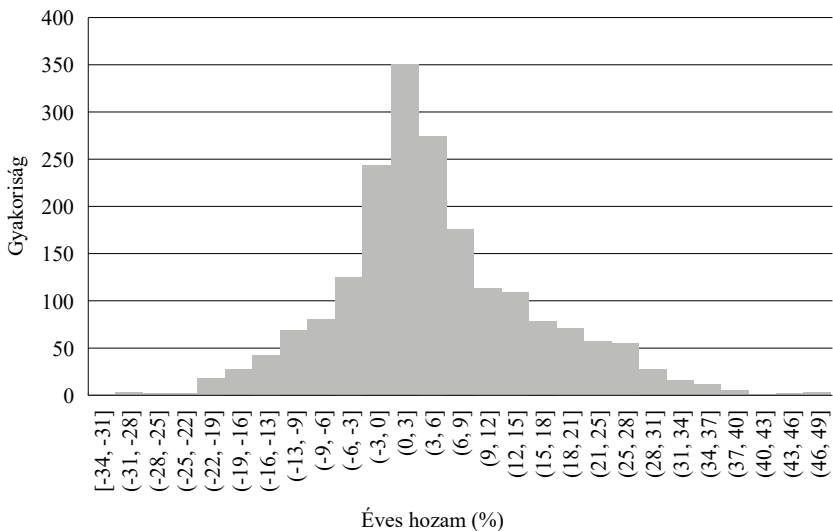
Forrás: saját szerkesztés

Az éves hozamok hisztogramján (2. ábra) látható, hogy a vizsgált alapok hozamának eloszlása túlnyomórészt a nullához közeli értékek köré összpontosul, ami a medián környéki hozamok magas gyakoriságát jelzi. Az eloszlás enyhén jobbra ferde (pozitív ferdeség), ami az eloszlást pozitív irányba megnyújtó, magasabb

pozitív hozamú alapok jelenlétére utal. Míg a hozamok többsége a -20% és 20% közötti tartományba esik, számos alap kivételesen magas vagy alacsony hozamot ért el. Ez szélsőséges piaci eseményeket vagy konkrét befektetési stratégiák eredményeit tükrözheti. Az eloszlás jól szemlélteti a befektetési alapok hozamainak változékonyságát és a szélsőséges eredmények lehetőségét.

2. ábra

Az éves hozamok megoszlása a vizsgált befektetési alapok körében (hisztogram)

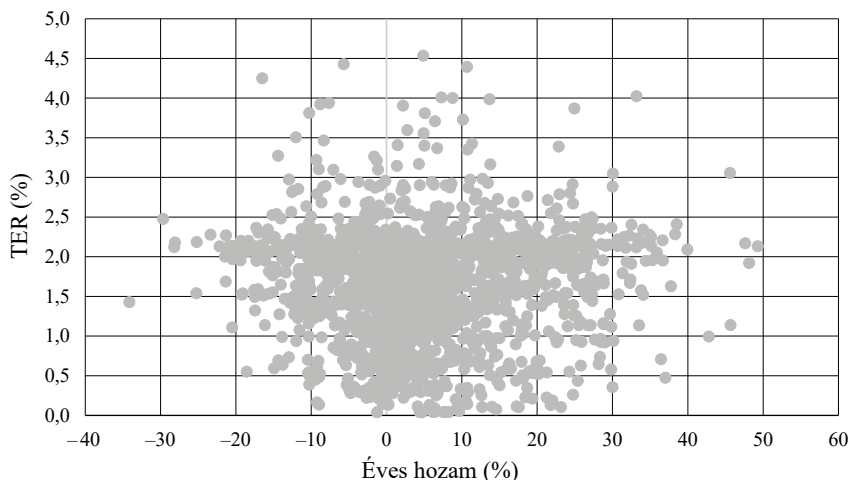


Forrás: saját szerkesztés

A 3. ábra az egyes befektetési alapok teljes költséghányada (TER) és éves hozama közötti kapcsolatot szemlélteti. Nincs jól kivehető, határozott lineáris kapcsolat a TER és az éves hozamok között; az adatpontok viszonylag szétszórva jelennek meg a grafikonon. Ez arra utal, hogy a magasabb költségek nem járnak szükségszerűen magasabb hozammal, és fordítva. Bár az alacsonyabb TER-értékkel rendelkező alapok nagy számban az ábra alsó részén koncentrálnak, hozamuk széles tartományban mozog, hasonlóan a magasabb TER-mutatójú alapokhoz. Az ábra alapján a TER nem tűnik az éves hozam megbízható előrejelzőjének, ennek ellenére a költségcsökkentés fontos befolyásoló tényező a nettó hozam alakulásában.

3. ábra

A vizsgált befektetési alapok éves hozamának és teljes költséghányadának (TER) kapcsolata

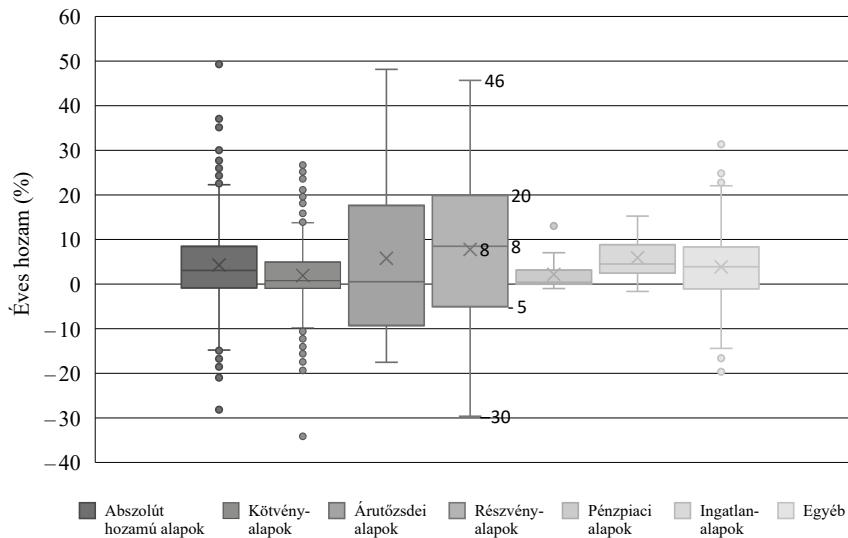


Forrás: saját szerkesztés

A különböző eszközosztályok éves hozamának dobozdiagramján (4. ábra) egyértelműen megkülönböztethető hozameloszlások és kockázati profilok rajzolódnak ki. A részvényalapok éves hozamának mediánja a legnagyobb, széles interkvartilis tartománnyal és számos kiugró értékkel, ami a nagyfokú volatilitás mellett jelentős felsőági potenciált jelez. A kötvényalapoknál összességében a részvényalapokénál alacsonyabb mediánhozam és szűkebb interkvartilis tartomány látható, tükrözve jellemzően alacsonyabb kockázati profiljukat, bár a kiugró értékek alapján jelentős nyereség és veszteség is lehetséges. A pénzüpi alapoknál figyelhető meg a legszűkebb eloszlás, alacsony mediánhozammal és minimális szóródással, ami összhangban van elsődleges, tőke megőrzési és alacsony kockázatú befektetési céljaikkal. Az abszolút hozamú alapokat széles eloszlás jellemzi, nullához közeli mediánnal, ami az alapok eltérő stratégiáira és változó teljesítményére vezethető vissza. Az ingatlanalapok viszonylag stabil pozitív mediánhozamot mutatnak, mérsékelt variabilitás mellett. Az árupiaci alapok széles tartományban, rendkívül diszpergált hozamokat értek el, ami a jellegükből fakadó volatilitásra és a piaci ingadozásokkal szembeni érzékenységre utal. Végezetül az „Egyéb” kategóriába tartozó alapoknál látható széles eloszlás az alkalmazott stratégiák sokféleségét és az ezekből következő eltérő hozammintázatokat tükrözi. A hozameloszlásokban megfigyelt különbségekben megnyilvánul a különböző eszközosztályok eltérő hozam–kockázat karakterisztikája, ami empirikus iránymutatást adhat a portfólióépítés során meghozandó eszközallokációs döntésekhez.

4. ábra

Az éves hozamok megoszlása az eszközosztályok között (dobozdiagram)



Forrás: saját szerkesztés

3.2. OLS-alapú panelregressziós elemzés

A fentiekben bemutatott három, paneladatokon becsült OLS-moddellel (2. táblázat) vizsgáljuk a befektetési alapok éves hozamát (Éves hozam) meghatározó tényezőket. Célunk a hozamok, valamint az alapok jellemzői, kockázati profilja, mérete, múltbeli teljesítménye, költségei, piaci fókuszsa és eszközosztály-besorolása közötti összefüggések feltárása. A három specifikációban fokozatosan bővül a magyarázó változók köre. Az R^2 értékek a magyarázott variancia enyhe, de következetes növekedését mutatják ($0,1957 \rightarrow 0,2281$), alátámasztva a modellek konzisztenciáját és stabilitását. A klasszikus pénzügyelmélettel (pl. CAPM) összhangban mindegyik modellben rendkívül szignifikáns pozitív kapcsolat áll fenn az éves hozam és az éves volatilitás (Éves szórás) között: a magasabb volatilitású alapok magasabb hozamot kínálnak, amely a befektetők által vállalt nagyobb kockázatot kompenzálja. A 3. modellben azonban ez a kapcsolat gyengül és már nem szignifikáns, ami arra utal, hogy a volatilitás hatásáért részben a további kontrollváltozók (pl. a különböző eszközosztály-típusok) felelnek. A tárgyévi nettó eszközérték (Tárgyévi nettó eszközérték {mrd Ft}) következetesen pozitív, míg az előző évi nettó eszközérték (Előző évi nettó eszközérték {mrd Ft}) negatív hatást gyakorol a hozamokra. Ez alátámasztja az átlaghoz való visszatérés elméletét, amely szerint az előző évi

tőkeáramlások vagy eszközmozgások a következő évben ellenkező irányú hatást fejthetnek ki. A korábbi hozamok (Előző hozam) szignifikáns negatív együttthatója szintén időbeli dinamikára utal: a múltbeli magas teljesítményszint a jövőbeli hozamok mérséklődésével társulhat, összhangban a teljesítmény normalizálódásának jelenségével. Ezzel szemben az indulástól halmozott hozam (Hozam a kezdetektől) esetében szignifikáns pozitív hatás figyelhető meg, ami alapján a hosszú távon is sikeres alapok tartós versenyelőnyhöz juthatnak. Az alap kora (Alapok kora {hónap}) csak a 3. modellben lesz szignifikáns, és ott is csak enyhe mértékben, ami arra utal, hogy az érettség önmagában nem meghatározó tényező a hozam szempontjából, de bizonyos piaci vagy kategóriaspecifikus hatásokkal kombinálva fontos lehet. Különös figyelmet érdemel a teljes költséghányad (TER) hatása, amely az első két modellben nem szignifikáns, de a 3. modellben erős negatív hatást mutat. Ebből következik, hogy eszközosztály szerinti kontrollálás mellett a magas költségű – és különösen a passzívabb eszközökbe fektető – alapok jellemzően alacsonyabb nettó teljesítményt nyújtanak, ami a költségérzékeny befektetői magatartást igazolja. Ami a regionális fókuszot illeti, a feltörekvő piaci alapokat jelölő dummy változó jelentős negatív hatást fejt ki a 2. modellben, míg a fejlett piaci fókusz esetében nem mérhető szignifikáns hatás. Ezt a globális kockázateloszlás és a fejlett piacok stabilabb teljesítménye magyarázhatja. Végezetül az eszközosztályok dummy változóinál is azonosítható egyfajta minta a 3. modellben. Az árupiaci és a részvényalapok jegyzik a legmagasabb pozitív hozamot, míg a kötvény- és a pénzpiaci alapoknál szignifikáns negatív hatás jelentkezik. Ezek az eredmények megfelelnek a különböző eszközosztályok múltbeli hozamprofiljának: a kockázatosabb, növekedésorientált eszközök hosszú távon általában magasabb hozamot biztosítanak. Az abszolút hozamú és az ingatlanpiaci alapoknál is megfigyelhető pozitív hatás, bár kisebb mértékű.

2. táblázat

Az alapok 2017 és 2023 közötti éves hozamát (Éves hozam) meghatározó tényezők OLS-alapú panelregressziós elemzésének eredményei

Változók	(1) Éves hozam	(2) Éves hozam	(3) Éves hozam
Éves szórás	0,492*** (0,074)	0,497*** (0,071)	0,128 (0,121)
Tárgyévi nettó eszközérték (mrd Ft)	0,086*** (0,018)	0,091*** (0,018)	0,090*** (0,018)
Előző évi nettó eszközérték (mrd Ft)	-0,092*** (0,023)	-0,093*** (0,024)	-0,103*** (0,023)
Előző hozam	-0,377*** (0,034)	-0,384*** (0,033)	-0,404*** (0,034)
Hozam a kezdetektől	0,705*** (0,213)	0,730*** (0,206)	0,793*** (0,228)

Alapok kora (hónap)	0,006 (0,004)	0,008 (0,005)	0,010* (0,005)
TER	-0,046 (0,337)	-0,082 (0,347)	-0,882** (0,372)
ESG	0,508 (0,862)	-0,276 (0,815)	-0,056 (0,838)
Feltörekvő piacok dummy		-1,974*** (0,522)	
Fejlett piacok dummy		1,201 (0,784)	
Abszolút hozamú alapok			0,630 (0,499)
Árpiaci alapok			8,105*** (2,109)
Ingatlanpiaci alapok			3,076*** (1,039)
Kötvényalapok			-4,302*** (0,760)
Pénzpiaci alapok			-2,218*** (0,786)
Részvényalapok			3,797*** (1,088)
Konstans	-0,605 (0,639)	-0,212 (0,663)	1,523** (0,742)
Megfigyelések száma	1967	1967	1967
R ²	0,1957	0,2051	0,2281

Zárójelben az OLS-becslés robusztus standard hibáit tüntettük fel.

*** $p < 0,01$; ** $p < 0,05$; * $p < 0,1$.

Forrás: saját szerkesztés

Összegezve, az éves hozamot számos tényező befolyásolja szignifikánsan, beleértve a kockázati szintet, az alap méretét, a múltbeli teljesítményt, az eszközosztályt és a költség szerkezetet. Bár e modellek szilárd alapot nyújtanak a befektetési alapok által elért eredmények megértéséhez, az R^2 értékek alapján a hozamokat jelentős részben más, nem megfigyelt vagy időben változó tényezők magyarázzák. Ezért a további elemzésekbe érdemes egyéb változókat, például az alapkezelés hatékonyságát, a referenciaértékekhez viszonyított teljesítményt vagy makrogazdasági mutatókat is bevonni.

A három bemutatott regressziós modell (3. táblázat) a befektetési alapok teljes költség-hányadát meghatározó tényezőket vizsgálja. A modellekben szereplő magyarázó változók több dimenziót érintenek: hozam- és kockázati mutatókat, az alap méretét, múltbeli teljesítményét, ESG-minősítését, valamint eszközosztály-besorolását. A három specifikáció fokozatosan bővíti a magyarázó változók körét,

amelynek során az R^2 értékek 0,2123-ról 0,2984-re nőnek, jelezve a modell jobb illeszkedését. A TER és az alapok volatilitása (Éves szórás) között szignifikáns pozitív kapcsolat azonosítható mindegyik modellben, ami arra utal, hogy a magasabb kockázatú (volatilisabb) alapok általában magasabb költségekkel működnek. Ez összhangban van a piaci tapasztalattal, mivel az összetett stratégiákat alkalmazó, aktívan kezelt alapok általában magasabb díjakat számítanak fel a befektetőknek. Az éves hozamok (Éves hozam) azonban egyik modellben sem szignifikáns előrejelzői a TER-nek, azaz nincs közvetlen kapcsolat a hozamok és a díjszintek között: a magasabb díjú alapok nem feltétlenül érnek el magasabb hozamot. A nettó eszközérték változói ellentétes hatást mutatnak: a tárgyévi nettó eszközértéknél mindig pozitív és szignifikáns, míg az előző évi nettó eszközértéknél gyenge, negatív, nem szignifikáns hatás figyelhető meg. E mintázat arra enged következtetni, hogy a költségek szorosabban igazodnak a jelenlegi, mint a múltbeli eszközárlományhoz. A pozitív együttható egyúttal azt is jelzi, hogy a nagyobb alapok – a méretgazdaságossági potenciál ellenére – nem feltétlenül működnek alacsonyabb TER-rel, amelyet a marketing- vagy működési költségeik indokolhatnak. A korábbi teljesítmény változóit illetően az Előző hozam 10%-os szinten csak mérsékelt szignifikáns a 3. modellben, míg az indulástól kumulált hozam (Hozam a kezdetektől) szignifikáns negatív kapcsolatot mutat a TER-rel, ami arra utal, hogy a hosszú távon sikeres alapok alacsonyabb költségszintet képesek fenntartani, vagy nagyobb befektetői bizalmat élveznek, ezért kevésbé szorulnak rá magas díjak alkalmazására. Az ESG-minősítés esetében szignifikáns pozitív hatás figyelhető meg mindegyik modellben. Ez alátámasztja azt az iparági tapasztalatot, miszerint az ESG-alapok gyakran magasabb díjakkal működnek, vélhetően a szűrés, értékelési és fenntarthatósági többletkövetelmények miatt. A 3. modellben ez a hatás valamivel gyengébb, de továbbra is szignifikáns, ami arra utal, hogy a kapcsolat részben az eszközosztálytól függ. A regionális fókuszú dummy változóknál egyes eredményeket kaptunk a 2. modellben. A fejlett piacokat célzó alapoknál valamivel alacsonyabb a TER értéke, de a kapcsolat csak gyengén szignifikáns, míg a feltörekvő piacokra összpontosító alapoknál nem mutatható ki szignifikáns hatás. A regionális fókusz tehát önmagában nem magyarázza maradéktalanul a költségekben megfigyelhető különbségeket. A 3. modell tovább bontja a mintát eszközosztály szerint, rámutatva e tényező TER-re gyakorolt egyértelmű hatására. Az abszolút hozamú, az árupiaci, az ingatlanpiaci és a részvényalapok jelentősen magasabb TER-rel működnek, míg a pénzügyi alapok esetében lényegesen alacsonyabbak a költségek. Ez összhangban van a piaci gyakorlattal: az egyszerűbb, passzívan kezelt vagy rövid távú likviditást célzó alapok általában olcsóbbak, míg az összetett, aktív kezelési stratégiával dolgozó (pl. áru- vagy ingatlanpiaci) alapok esetében magasabbak a díjak. A kötvényalapok költségei nem térnek el szignifikánsan az alapkategóriás alapokétól.

3. táblázat

Az alapok 2017 és 2023 közötti teljes költséghányadát (TER) meghatározó tényezők OLS-alapú panelregressziós elemzésének eredményei

Változók	(1) TER	(2) TER	(3) TER
Éves hozam	-0,000 (0,001)	-0,001 (0,001)	-0,001 (0,001)
Éves szórás	0,070*** (0,008)	0,071*** (0,009)	0,049*** (0,017)
Tárgyévi nettó eszközérték (mrd Ft)	0,001*** (0,000)	0,001*** (0,000)	0,001*** (0,000)
Előző évi nettó eszközérték (mrd Ft)	-0,000 (0,001)	-0,000 (0,001)	-0,000 (0,001)
Előző hozam	-0,001 (0,001)	-0,001 (0,001)	-0,002* (0,001)
Hozam a kezdetektől	-0,020*** (0,007)	-0,019*** (0,007)	-0,018** (0,008)
Alapok kora (hónap)	0,000 (0,000)	0,000 (0,000)	0,000 (0,000)
ESG	0,237** (0,095)	0,252*** (0,091)	0,170* (0,095)
Feltörekvő piacok dummy		-0,100 (0,073)	
Fejlett piacok dummy		-0,183* (0,098)	
Abszolút hozamú alapok			0,348*** (0,098)
Árúpiaci alapok			0,516** (0,242)
Ingatlanpiaci alapok			0,678*** (0,184)
Kötvényalapok			-0,104 (0,097)
Pénzpiaci alapok			-0,535*** (0,106)
Résztvényalapok			0,366** (0,177)
Konstans	1,173*** (0,076)	1,202*** (0,077)	1,057*** (0,116)
Megfigyelések száma	1967	1967	1967
R ²	0,2123	0,2201	0,2984

Zárójelben az OLS-becslés robusztus standard hibáit tüntettük fel

***p < 0,01; **p < 0,05; *p < 0,1.

Forrás: saját szerkesztés

Összegezve: a bemutatott modellek alapján az eltérő TER értékekért elsősorban az alap kockázati profilja, aktuális mérete, hosszú távú teljesítménye, fenntarthatósági jellemzői és eszközosztály-besorolása felel. A hozam, az alap kora és a múltbeli eszközértékek önmagukban véve kevésbé relevánsak. A 3. modell nyújtotta részletes bontás különösen hasznos annak megértéséhez, hogy milyen típusú alapokhoz kapcsolódik magasabb költségszint, ami a befektetők számára is értékes információ az ár-érték viszony értékeléséhez. A modellek azonban csak részben magyarázzák a TER-ben megfigyelhető eltéréseket, ezért további tényezők (például referenciamutatók, passzív/aktív kezelés, marketingkiadások vagy kezelésidej-struktúrák) beépítésével javítható a becslés pontossága.

3.3. Klaszterelemzés

A főkomponens-elemzés (PCA) két főkomponenst különített el, amelyek a vizsgált pénzügyi jellemzők (TER, Éves szórás, Éves hozam) varianciájának jelentős hányadát fededik (4. táblázat). Az első főkomponens (PC1) erős pozitív töltést vesz fel a TER (0,6565) és az Éves szórás (0,6912) változókon, ami alapján ez a komponens elsősorban az alap költségeiről és kockázatáról tájékoztat. A magasabb PC1-érték magasabb költséget és volatilitást jelez. Ezzel szemben a második főkomponens (PC2) jelentős töltést mutat az Éves hozamon (0,9374), míg a TER (−0,3365) és az Éves szórás (−0,0900) hozzájárulása csekélyebb és ellentétes irányú. A PC2 komponensben tehát meghatározó az alapok éves hozamának súlya, így a magasabb PC2-érték magasabb hozamnak felel meg. Összefoglalva, a PC1 kockázat/költség dimenzióként, a PC2 pedig hozamdimenzióként értelmezhető. Ebben a redukált dimenziószámú térben a befektetési alapok sokdimenziós jellemzői egyszerűbben értelmezhetők.

4. táblázat

A befektetési alapok költség-, kockázat- és hozamjellemzőire vonatkozó főkomponens- (PCA-) súlyok

PC	TER	Éves szórás	Éves hozam
PC1	0,6569	0,6924	0,2985
PC2	−0,3374	−0,0840	0,9376

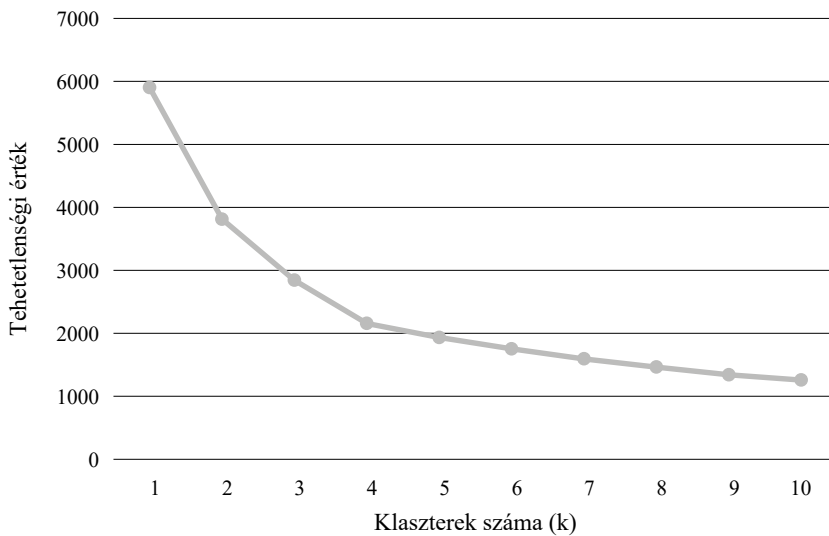
Forrás: saját szerkesztés

A k-közép klaszterezés során alkalmazott könyökmódszer eredményeit szemléltető 5. ábrán a különböző klaszterszámokhoz (k) tartozó tehetetlenségi (inercia-) értékek láthatók. A tehetetlenség a klaszterközépponttól számított eltérések ösz-

szége, amely a klaszterek számának növekedésével folyamatosan csökken. A kapott értékek alapján a legszembetűnőbb „könyök” 3–4 klaszternél jelentkezik. A klaszterszám további növelése csak marginális javulást eredményez. Esetünkben tehát az egyszerűség és a klaszterezés hatékonysága között megfelelő egyensúlyt megvalósító, optimális klaszterszám valószínűleg 3 vagy 4.

5. ábra

A klaszterek optimális számának meghatározására szolgáló könyökmódszer

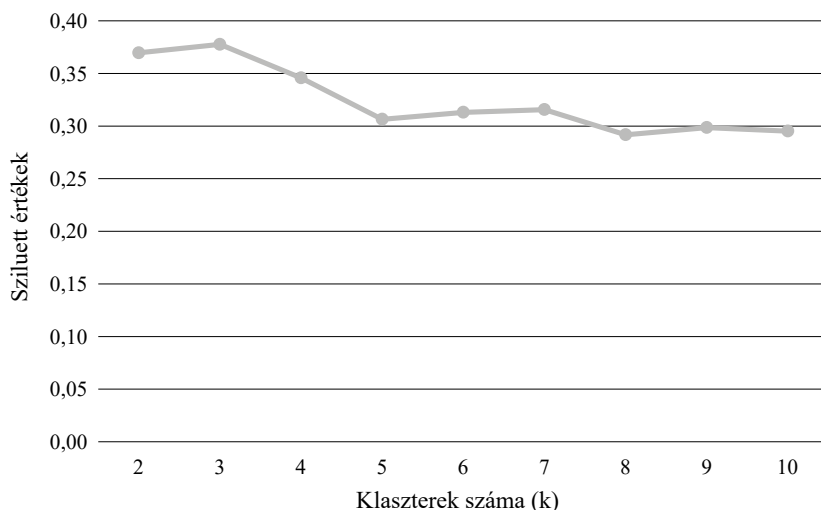


Forrás: saját szerkesztés

A 6. ábrán láthatók a különböző klaszterszámokhoz tartozó sziluett értékek, amelyek egyszerre mérik a klaszterek egymástól való különbségét és belső kohézióját. A magasabb értékek körülhatároltabb, egymástól jobban elkülönülő klasztereket jeleznek. Az eredmények alapján három klaszternél mérhető a legmagasabb érték (0,378), amely valamivel nagyobb a kétklaszteres megoldásnál kapottnál. Ahogy a klaszterek száma tovább növekszik, a sziluett érték fokozatosan csökken, jelezve, hogy a további szegmentálás ronthatja a klaszterezés általános minőségét. Következésképpen az optimális klaszterszám három.

6. ábra

A klaszterek optimális számának meghatározására szolgáló sziluett módszer



Forrás: saját szerkesztés

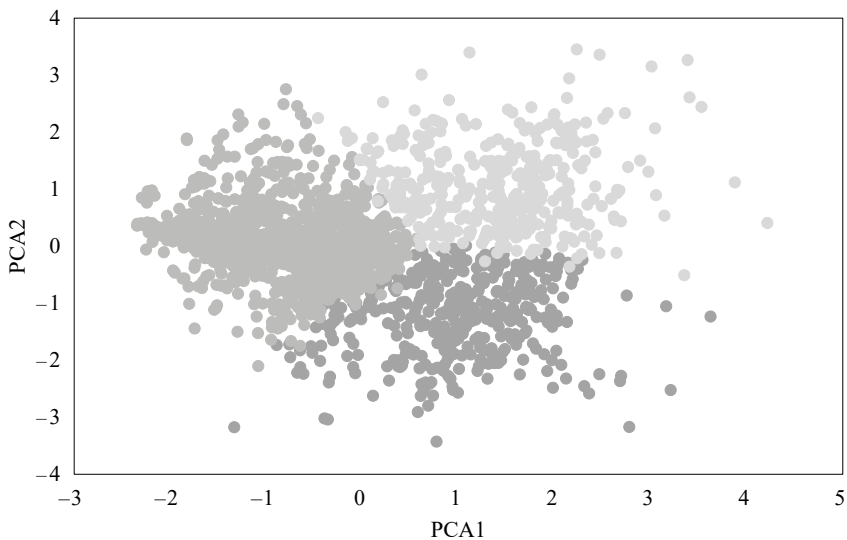
A klaszterek optimális számának meghatározásához alkalmaztuk mind a könyök, mind a sziluett módszert. A könyökgörbe észrevehető töréspontot mutat a három- és négyklaszteres megoldásoknál. A klaszterezés hatékonysága itt jelentősen javul az alacsonyabb klaszterszámokhoz képest. Ugyanakkor a sziluett érték a háromklaszteres konfigurációnál éri el a maximumát, ami a klaszterek egymástól való határozott elkülönülését és erős belső kohézióját jelzi. Az empirikus eredmények következetesen azt mutatják, hogy a vizsgált adatkészlet esetében a háromklaszteres megoldás az optimális, amit stabilan megerősített mindkét módszertani megközelítésünk.

A klaszterelemzéssel (7. ábra és 5. táblázat) három egyértelműen megkülönböztethető befektetési alap-profil volt azonosítható. Az első klaszterben („Drága és veszteséges”) a legmagasabb költségmutatójú (átlagosan 2,18%) és jelentős kockázatú (10,5%-os éves szórás) alapokat találjuk, amelyek ráadásul negatív átlagos hozamot (–5,4%) értek el. Ezen alapok esetében a magas díjakhoz nem társult megfelelő teljesítmény, ami a befektetők számára vagyonszertést eredményezett. Az extrém negatív hozamokból (minimum: –34,1%) arra következtethetünk, hogy ezek az alapok különösen érzékenyek a piaci sokkokra és a szuboptimális kezelési stratégiákra. A második klaszter („Olcsó és stabil”) alapjait alacsony költséghányad (1,25%) és közepes kockázat (2,9%) jellemzi, átlagosan 2,9%-os pozitív hozam mellett. Az alacsony volatilitás és a stabil teljesítmény alapján a csoport konzerva-

tív, költséghatékony befektetési stratégiát valósít meg. Bár a hozamai mérsékeltek, hozam–kockázat profilja különösen kedvező kockázatkerülő befektetők számára. Ráadásul a maximális hozam eléri a 30%-ot, bizonyítva, hogy visszafogott kockázatvállalás mellett is lehetséges átlagon felüli teljesítmény. A harmadik klaszter („Kockázatos, de nyereséges”) közepes költségszintet (1,96%), magas kockázatot (10,3%) és kiemelkedő átlagos hozamot (20,5%) mutat. Bár átlagos hozama nagyon vonzó, a magas szórásérték (7,8%) rávilágít, hogy a tényleges eredmény igen bizonytalan. Egyes alapok ebben a csoportban kivételesen magas (akár 49,3%-os) hozamot értek el, vélhetően a sikeres piaci pozicionálásnak és az aktív kockázatvállalásnak köszönhetően. A csoporton belüli rendkívüli variabilitás miatt azonban ezek az alapok alkalmasabbak spekulatív befektetők számára, akik a hozammaximalizálás érdekében hajlandóak nagyobb kockázatot vállalni. Összességében az eredményeink jelentős különbségeket tárnak fel a befektetési alapok költségei, kockázata és hozama tekintetében, amelyek mentén jól elkülöníthetők az alapok különböző befektetői preferenciákhoz illő csoportjai.

7. ábra

A befektetési alapok klaszterezése költség-, kockázat- és a hozamjellemzőik alapján



Forrás: saját szerkesztés

5. táblázat

A klaszterelemzés statisztikái

Klaszter	TER				Éves szórás				Éves hozam			
	átlag	szórás	mini- mum	maxi- mum	átlag	szórás	mini- mum	maxi- mum	átlag	szórás	mini- mum	maxi- mum
Drága és veszteséges	2,1768	0,5690	0,5916	4,5329	10,5324	3,8541	0,6300	21,6800	-5,4216	8,2033	-34,1300	10,7000
Olcsó és stabil	1,2476	0,5901	0,0389	2,9031	2,9320	2,0301	0,1400	10,8000	2,9466	6,4267	-19,3600	30,0200
Kockázatos, de nyereséges	1,9552	0,5273	0,2267	4,0221	10,3465	3,6802	2,0200	21,6800	20,5484	7,8116	7,0800	49,3000

Forrás: saját szerkesztés

A klaszterelemzés eredményei (6. táblázat) alapján három különböző befektetési-alap-profil azonosítható, amelyekben egyértelműen visszatükröződnek a költség, a kockázat és a hozam közötti kompromisszumok. A „Drága és veszteséges” csoport negatív teljesítménye bizonyítja, hogy a magas költséghányad önmagában nem garantálja a magasabb hozamot, különösen akkor, ha kockázatkezelési hiányosságok is fennállnak. Ezzel szemben az „Olcsó és stabil” klaszter azt igazolja, hogy az alacsony költséghányad körültekintő kockázatvállalással párosulva szerényebb, de megbízható eredményhez vezethet. A két csoport között éles ellentét húzódik: az egyik veszteséget eredményez, míg a másik biztosítja a befektetői tőke kiszámítható, hosszú távú megőrzését. A harmadik, a „Kockázatos, de jövedelmező” klaszter a magas kockázat–magas hozam közötti klasszikus összefüggést képviseli, és jellemzően spekulatív befektetési stratégiákhoz köthető. Itt az elérhető hozam jelentősen magasabb, ahogy a volatilitásból eredő kockázat is, ezért csak kockázattűrő befektetőknek megfelelő választás. A három klaszter összevetése alapján összességében megállapítható, hogy a befektetési alapok piaca a különböző befektetői preferenciák szerint tagolódik: egyesek stabilitást keresnek alacsony költség mellett, mások a magasabb kockázatú, de kiemelkedő hozamú alapokat részesítik előnyben, míg a kerülendő kategória a nem hatékonyan szervezett és működtetett alapok veszélyeire hívja fel a figyelmet.

6. táblázat

A három befektetésialap-klaszter jellemzőinek összefoglalása

Klaszter neve	Főbb jellemzők	Tipikus befektetői profil
Drága és veszteséges	Magas TER (átl. 2,18%) Magas TER (átl. 10,53%) Negatív átlagos hozam (átl. -5,42%)	Kockázatos, költséges alapok, amelyek átlagosan veszteséget eredményeznek. Általában nem ajánlott befektetők számára.
Olcsó és stabil	Alacsony TER (átl. 1,25%) Közepes kockázat (átl. 2,93%) Pozitív, de mérsékelt hozam (átl. 2.95%)	Ideális konzervatív, kockázatkerülő befektetők számára. Alacsony költségek mellett stabil teljesítményt biztosít.
Kockázatos, de jövedelmező	Közepes TER (átl. 1,96%) Magas kockázat (átl. 10,35%) Kiemelkedő hozam (átl. 20,55%, max. 49,3%)	Ajánlott spekulatív, hozammaximalizáló befektetőknek, akik hajlandóak magas kockázatot vállalni a magas potenciális nyereség érdekében.

Forrás: saját szerkesztés

4. AZ EREDMÉNYEK MEGVITATÁSA

Az elemzés eredményei számos fontos megállapítással szolgálnak a befektetési alapok hazai piacon megfigyelhető teljesítményére, költségstruktúrájára és a pénzügyi műveltség szerepére vonatkozóan. A modellek és a klaszterelemzés alapján nyilvánvaló, hogy az éves hozam (Éves hozam) és a teljes költséghányad (TER) alakulását nem egy, hanem több tényező összetett kölcsönhatása határozza meg. Ez a megállapítás alátámasztja a korábbi nemzetközi kutatásokat, amelyek szerint az alapok teljesítményét a volatilitás, a méret, az alapok kora és eszközosztálybesorolása (Fama–French, 1993; Singh–Tandon, 2021; Junaeni, 2022; Filip, 2018) együttesen befolyásolja. Az eredmények rávilágítanak a költségstruktúra kritikus szerepére a hosszú távú hozamok alakulásában. A magas TER-érték nem garantál magasabb hozamot; sőt, ahogy klaszterelemzésünkben a „Drága és veszteséges” csoport példája mutatja, a relatíve magas díjak gyakran gyengébb teljesítménnyel párosulnak. Ezt megerősítik az ESMA (2019) és Mansor et al. (2015) által bemutatott nemzetközi adatok, amelyek szerint a költségek idővel jelentősen mérsékelhetik a nettó hozamot, különösen azon aktívan kezelt alapok esetében, amelyek nem képesek elegendő hozzáadott értéket teremteni. Ezzel szemben az „Olcsó és stabil” klaszternél azt láttuk, hogy az alacsony költségek és a mérsékelt kockázat kombinációja megbízható és fenntartható hozamot biztosít, ezért ideális választás a költségtudatos és kockázatkerülő befektetők számára. A hozam–kockázat

összefüggés a „Kockázatos, de jövedelmező” klaszterben jelenik meg a legnyilvánvalóbban. Ez a csoport a magas kockázat vállalásáért cserébe kiemelkedő átlagos hozamot kínál, jól példázva a „magas kockázatért magas hozam” klaszikus kompromisszumát (Baker et al., 2020; Zhang–Kuo, 2021). Ugyanakkor a volatilitás jelentős ingadozása miatt ezek az alapok alkalmasabbak spekulatív befektetők számára, akik a magasabb elérhető hozam reményében készek nagyobb kockázatot vállalni. Itt megint a pénzügyi műveltség fontossága hangsúlyozandó: a költségek, a kockázat és a lehetséges hozam mérlegelésére képes befektetők hatékonyabban választják ki a céljaiknak legmegfelelőbb alapokat (Hastings et al., 2013; Lusardi–Mitchell, 2014).

Az elemzésben fontos szerephez jutottak az ESG-megfontolások is. A fenntarthatósági szempontokat is beépítő alapok elemzése alátámasztja azt a szakirodalomban dokumentált hipotézist (Friede et al., 2015; Gupta–Chaudhary, 2023; ESMA, 2022), hogy az ESG-szempontok integrációja nem feltétlenül rontja az alapok teljesítményét; sőt, bizonyos esetekben alacsonyabb kockázat mellett biztosítanak versenyképes hozamot. Az ESG-alapok iránti pozitív befektetői attitűd (különösen a magas pénzügyi műveltséggel rendelkezők körében) azt jelzi, hogy a fenntarthatóság és a költségérzékenység nem zárják ki egymást, hanem kölcsönösen integrálhatók a döntéshozatali folyamatba (Deka et al., 2023; Choowan et al., 2025).

Érdekes megfigyelés, hogy a hazai piacon az alap mérete (NAV/AUM) és életkora nem mindig mutat szignifikáns kapcsolatot a hozammal, ami részben a helyi piaci jellemzőknek tulajdonítható be. Filip (2018) és Sá et al. (2024) kutatásában hasonló minta köszön vissza: a belföldirésztvény-alapok teljesítménye kevésbé függ az alap méretétől és életkorától, míg ezeknek a tényezőknek nagyobb a súlya a külföldi résztvénybefektetések esetében. Ebből az következik, hogy a befektetőknek nemcsak az alapok jellemzőit, hanem a piaci környezetet is figyelembe kell venniük befektetési döntéseik meghozásakor.

Módszertani szempontból a klaszterelemzés értékes betekintést nyújtott a magyar alapok piacának heterogenitásába. A három jól elkülöníthető csoport („Drága és veszteséges”, „Olcsó és stabil”, valamint „Kockázatos, de jövedelmező”) világosan mutatja, hogy a befektetési alapok piaca több dimenzió mentén szegmentálható. A befektetők a kínálatból szabadon kiválaszthatják a kockázati profiljuknak, költségérzékenységüknek és hozamelvárásaiknak megfelelő alapokat, és éppen ezen a ponton mutatkozik meg a pénzügyi műveltség gyakorlati haszna (Müller–Weber, 2010; Grinblatt et al., 2016).

Összességében tanulmányunk megerősíti a koherens szakirodalmi álláspontot: a befektetési alapok teljesítményét és költségstruktúráját összetett tényezők határozzák meg, és a kockázat, a hozam, a költségek és a fenntarthatóság szoros kölcsönhatásban állnak egymással. A magyar piac vonatkozásában az elemzés kiemeli,

hogy a pénzügyi műveltség és a költségérzékenység fontos alakítói a befektetési döntéseknek, és az ESG-integráció a befektetési döntéshozatal egyre fontosabb összetevője.

5. ÖSSZEGZÉS ÉS KÖVETKEZTETÉSEK

A befektetési alapok teljesítményét vizsgáló elemzésünk eredményei egyértelműen rámutatnak, hogy a tudatos, információalapú megközelítés elengedhetetlenül fontos a pénzügyi döntéshozatalban. A magyarországi befektetési alapokra vonatkozó, a 2017 és 2023 közötti időszakot felölelő panelregressziós elemzéseink több szempontból is alátámasztják a pénzügyi műveltség gyakorlati szükségességét. Először is, a hozam és a kockázat közötti erős kapcsolat megerősíti a klasszikus pénzügyelméleti tételt (pl. CAPM), hogy a magasabb volatilitású alapok általában magasabb hozamot biztosítanak. Ugyanakkor a modelljeink azt is világosan megmutatták, hogy ez a kapcsolat nem automatikus, és nem minden esetben szignifikáns, különösen ha figyelembe vesszük az eszközosztályt. Ez arra hívja fel a figyelmet, hogy a kizárólag a múltbeli teljesítményen és a kockázaton alapuló, egyszerű döntéshozatal nem feltétlenül vezet optimális eredményhez. Ehelyett behatóbb ismeretekre és tudatos kockázatkezelésre van szükség. A teljes költséghányad (TER) vizsgálata különösen fontos felismerésekkel szolgál a pénzügyi műveltség szempontjából. Bár a TER nem mindegyik modellben befolyásolja közvetlenül a hozamot, a részletesebb (beleértve az eszközosztályt is figyelembe vevő) specifikációknál egyértelművé válik negatív hatása: a magasabb költségek általában alacsonyabb nettó hozamot eredményeznek. Ez a megállapítás kiemeli a befektetői költségérzékenység jelentőségét, valamint azt, hogy az alapok tudatos kiválasztásakor a díjstruktúrák gondos értékelése legalább annyira kritikus, mint a hozamelvárások. Modelljeinkből az is kiderül, hogy az alapok korábbi teljesítménye, különösen az előző évi hozam, gyakran negatív kapcsolatot mutat a jövőbeli hozamokkal. Az átlaghoz való visszatérés jelensége miatt a rövid távú eredmény hajszolása tehát nem mindig kifizetődő. Mi több, egy túlértékelt alap kiválasztásával hozamkockázatot futhat a befektető. Ezért a múltbeli hozamok csak kiegészítő információként szolgálhatnak, és nem képezhetik a döntéshozatal kizárólagos alapját.

Különösen figyelemre méltóak az eszközosztályok szerint megfigyelhető különbségek. Az árupiaci és a részvényalapok általában magasabb hozamot kínálnak, amelyhez azonban magasabb volatilitás és gyakran magasabb TER társul. Ezekkel szemben a kötvény- és a pénzpiaci alapok biztonságosabb alternatívát jelenthetnek, bár az elérhető hozamuk alacsonyabb. A befektetők e spektrum mentén kiválaszthatják a pénzügyi céljaiknak és kockázattűrésüknek megfelelő alapokat,

feltéve, hogy rendelkeznek a szükséges pénzügyi ismeretekkel és tudatossággal. A fentiek alapján megállapítható, hogy a pénzügyi műveltség (azaz a hozam, a kockázat, a költségek, az eszközosztály és a múltbeli teljesítmény összesített értékelése) alapfeltétele a megalapozott és sikeres befektetési döntéseknek.

A panelregressziók eredményeit fontos felismerésekkel egészítette ki klaszter-elemzésünk. A hozam, a volatilitás, a TER és az alap méretének standardizált értékei alapján három klasztert azonosítottunk. Az első klaszter jellemzően kisebb, alacsony volatilitású alapokat tartalmazott, amelyek alacsony költség mellett közepes hozamot biztosítanak. Ez a csoport konzervatív befektetői profil esetén lehet alkalmas választás. A második klasztert főként közepes méretű alapok alkotják, amelyeknél a magasabb költség stabil hozammal társul. Ebben a befektetői bizalom és a hosszú távú teljesítmény is szerepet játszhat. A harmadik klaszter magas volatilitású, kivételes hozampotenciállal és magasabb költséggel működő kockázati alapokat tömörít, amelyek elsősorban a spekulatív, kockázattűrő befektetőknek ajánlottak. A klaszterezés eredményéből kitűnik, hogy a magyar befektetési alapok piaca erősen heterogén és egyértelműen különböző befektetői szegmenseket céloz meg. Gyakorlati következtetésként levonható, hogy magasabb fokú pénzügyi műveltség birtokában a befektetők könnyebben azonosítják, hogy az alapok mely csoportja felel meg leginkább kockázati profiljuknak és hozamelvárásaiknak.

A befektetési alapok meglehetősen diverz hazai piacon sokféle választási lehetőség kínálkozik, de a rossz döntések kockázata is nagyobb. Ezért a tudatos, adatközpontú megközelítés nemcsak kívánatos, hanem egyenesen elengedhetetlen a fenntartható, hosszú távú pénzügyi sikerhez.

Rövidítések

TER	Teljes költséghányad
ESG	Környezeti, társadalmi, irányítási
PCA	Főkomponens-elemzés
CAPM	Tőkepiaci árfolyamok modellje
ESMA	Európai Értékpapírpiaci Hatóság

HIVATKOZÁSOK

- Adams, J. – Hayunga, D. – Mansi, S. (2022): Index fund trading costs are inversely related to fund and family size. *Journal of banking & finance*, 140, 106527. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2022.106527>.
- Ahmed, M. – Seraj, R. – Islam, S. M. S. (2020): The k-means algorithm: A comprehensive survey and performance evaluation. *Electronics*, 9(8), 1295. <https://doi.org/10.3390/electronics9081295>.
- Atkinson, A. et al., (2015): “Financial Education for Long-term Savings and Investments: Review of Research and Literature”, OECD Working Papers on Finance, Insurance and Private Pensions, (39), OECD Publishing, Paris. <https://doi.org/10.1787/5jrtgzl6g9w-en>.
- Babbar, S. – Sehgal, S. (2018): Mutual fund characteristics and investment performance in India. *Management and Labour Studies*, 43(1–2), 1–30. <https://doi.org/10.1177/0258042X1774518>.
- Baker, M. – Egan, M. L. – Sarkar, S. K. (2022): How do investors value ESG? (No. W30708). *National Bureau of Economic Research*. <https://doi.org/10.3386/w30708>.
- Boloş, M. I. – Rusu, Ş. – Leordeanu, M. – Sabău-Popa, C. D. – Perţicaş, D. C. – Crişan, M. I. (2025): K-Means Clustering for Portfolio Optimization: Symmetry in Risk–Return Tradeoff, Liquidity, Profitability, and Solvency. *Symmetry*, 17(6), 847. <https://doi.org/10.3390/sym17060847>.
- Célérier, C. M. – Vallée, B. (2015): The motives for financial complexity: An empirical investigation. *SSRN*, (2289890). <https://doi.org/10.5167/uzh-107107>.
- Chen, J. – Hong, H. – Huang, M. – Kubik, J. D. (2004): Does fund size erode mutual fund performance? The role of liquidity and organization. *American Economic Review*, 94(5), 1276–1302. <https://doi.org/10.1257/0002828043052277>.
- Choi, J. J. – Laibson, D. – Madrian, B. C. (2010): Why does the law of one price fail? An experiment on index mutual funds. *The Review of Financial Studies*, 23(4), 1405–1432. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhp097>.
- Choowan, P. – Daovisan, H. – Suwanwong, C. (2024): Effects of financial literacy and financial behavior on financial well-being: Meta-analytical review of experimental studies. *International Journal of Financial Studies*, 13(1), 1. <https://doi.org/10.3390/ijfs13010001>.
- Deka, J. – Sharma, M. – Agarwal, N. – Tiwari, K. (2023): Linking ESG-Investing Consciousness Behavioral Biases and Risk-Perception: Scale Validation with Specifics of Indian Retail Investors. *European Journal of Business Science and Technology*, 9(1), 70–91. <https://doi.org/10.11118/ejobsat.2023.004>.
- European Securities and Markets Authority {ESMA} (2022): The drivers of the costs and performance of ESG funds (*ESMA document number: 50–165–2146*).
- European Securities and Markets Authority {ESMA} (2019): Net performance of active and passive equity UCITS (TRV Report on Trends, Risks and Vulnerabilities No. 2, 2019). *ESMA*.
- Fama, E. F. – French, K. R. (1993): Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 33(1), 3–56. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(93)90023-5).
- Fikri, S. M. – Yahya, M. H. (2019): The fund characteristics, fees, and expenses structure between conventional and Islamic mutual fund. *Asian Academy of Management Journal of Accounting & Finance*, 15(1), 157–190. <https://doi.org/10.21315/aamjaf2019.15.1.7>.
- Filip, D. (2018): The impact of fund attributes on performance: Empirical evidence for Polish equity funds. *Zbornik radova Ekonomskog fakulteta u Rijeci: časopis za ekonomsku teoriju i praksu*, 36(2), 465–488. <https://doi.org/10.18045/zbefri.2018.2.465>.
- Friede, G. – Busch, T. – Bassen, A. (2015): ESG and financial performance: aggregated evidence from more than 2000 empirical studies. *Journal of sustainable finance & investment*, 5(4), 210–233. <https://doi.org/10.1080/20430795.2015.1118917>.

- Gonçalves, T. – Pimentel, D. – Gaio, C. (2021): Risk and performance of European green and conventional funds. *Sustainability*, 13(8), 4226. <https://doi.org/10.3390/su13084226>.
- Grinblatt, M. – Ikäheimo, S. – Keloharju, M. – Knüpfer, S. (2016): IQ and mutual fund choice. *Management Science*, 62(4), 924–944. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2015.2166>.
- Gupta, H. – Chaudhary, R. (2023): An analysis of volatility and risk-adjusted returns of ESG indices in developed and emerging economies. *Risks*, 11(10), 182. <https://doi.org/10.3390/risks11100182>.
- Hastings, J. S. – Madrian, B. C. – Skimmyhorn, W. L. (2013): Financial literacy, financial education, and economic outcomes. *Annual Review of Economics*, 5(1), 347–373. <https://doi.org/10.1146/annurev-economics-082312-125807>.
- Hotelling, H. (1933): Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of educational psychology*, 24(6), 417. <https://doi.org/10.1037/h0071325>.
- Jiang, J. – Liao, L. – Wang, Z. – Xiang, H. (2020): Financial literacy and retail investors' financial welfare: Evidence from mutual fund investment outcomes in China. *Pacific-Basin Finance Journal*, 59, 101242. <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2019.101242>.
- Junaeni, I. (2022): The effect of fund cash flow, fund size, expense ratio and turnover ratio on mutual fund performance. *International Journal of Science, Technology & Management*, 3(3), 660–672. <https://doi.org/10.46729/ijstm.v3i3.529>.
- Kiymaz, H. (2019): Factors influencing SRI fund performance. *Journal of Capital Markets Studies*, 3(1), 68–81. <https://doi.org/10.1108/JCMS-04-2019-0016>.
- Levine, J. (2021): Investment AUM Fee Costs: Evaluating a Simple Formula. arXiv preprint arXiv:2107.00837. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2107.00837>.
- Li, J. – Li, Q. – Wei, X. (2020): Financial literacy, household portfolio choice and investment return. *Pacific-Basin Finance Journal*, 62, 101370. <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2020.101370>.
- Livingston, M. – Yao, P. – Zhou, L. (2019): The volatility of mutual fund performance. *Journal of Economics and Business*, 104, 105835. <https://doi.org/10.1016/j.jeconbus.2019.02.001>.
- Lusardi, A. – Mitchell, O. S. (2014): The economic importance of financial literacy: Theory and evidence. *American Economic Journal: Journal of Economic Literature*, 52(1), 5–44. <https://doi.org/10.1257/jel.52.1.5>.
- Lusardi, A. – Michaud, P. C. – Mitchell, O. S. (2017): Optimal financial knowledge and wealth inequality. *Journal of political Economy*, 125(2), 431–477. <https://doi.org/10.1086/690950>.
- Mansor, F. – Bhatti, M. I. – Ariff, M. (2015): New evidence on the impact of fees on mutual fund performance of two types of funds. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 35, 102–115. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2014.12.009>.
- Müller, S. – Weber, M. (2010): Financial literacy and mutual fund investments: who buys actively managed funds?. *Schmalenbach Business Review*, 62(2), 126–153. <https://doi.org/10.1007/BF03396802>.
- Nilsson, J. – Carlsson Hauff, J. – Carlander, A. (2024): How consumers evaluate costs in complex services: the case of mutual fund fees. *European Journal of Marketing*, 58(13), 56–80. <https://doi.org/10.1108/EJM-06-2021-0466>.
- OECD (2020): OECD/INFE 2020 International Survey of Adult Financial Literacy. Paris: *OECD Publishing*.
- Oprea, A. (2022): The use of principal component analysis (PCA) in building yield curve scenarios and identifying relative-value trading opportunities on the Romanian government bond market. *Journal of Risk and Financial Management*, 15(6), 247. <https://doi.org/10.3390/jrfm15060247>.
- Pearson, K. (1901): LIII. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *The London, Edinburgh, and Dublin philosophical magazine and journal of science*, 2(11), 559–572. <https://doi.org/10.1080/14786440109462720>.

- Rousseeuw, P. J. (1987): Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis. and *Journal of computational applied mathematics*, 20, 53–65. [https://doi.org/10.1016/0377-0427\(87\)90125-7](https://doi.org/10.1016/0377-0427(87)90125-7).
- Sá, M. I. – Leite, P. – Correia, M. C. (2024): Can mutual fund characteristics predict future performance? Evidence from Portugal. *Studies in Economics and Finance*, 41(5), 1106–1118. <https://doi.org/10.1108/SEF-07-2023-0441>.
- Scholl, B. – Fontes, A. (2022): Mutual fund knowledge assessment for policy and decision problems. *Financial Services Review*, 30(1), 31–56. <https://doi.org/10.61190/fsr.v30i1.3470>.
- Shaekh, A. A. – Rabby, S. M. – Hossain, S. A. (2024): Impact of Fund Size on Performance and Risk of Closed-End Mutual Funds: An Empirical Analysis in the Context of Bangladesh. SSRN 4878186. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4878186>.
- Sheng, J. – Simutin, M. – Zhang, T. (2023): Cheaper is not better: on the ‘superior’ performance of high-fee mutual funds. *The review of asset pricing studies*, 13(2), 375–404. <https://doi.org/10.1093/rapstu/raac019>.
- Singh, A. B. – Tandon, P. (2022): Association between fund attributes and fund’s performance: a panel data approach. *Bench-marking: An International Journal*, 29(1), 285–304. <https://doi.org/10.1108/BIJ-10-2020-0545>.
- Sukono, Rosadi, D. – Maruddani, D. A. I. – Ibrahim, R. A. – Johansyah, M. D. (2024): Mechanisms of stock selection and its capital weighing in the portfolio design based on the MACD-K-means-Mean-VaR model. *Mathematics*, 12(2), 174. <https://doi.org/10.3390/math12020174>.
- Tenkam, H. M. – MBA, J. C. – Mwambi, S. M. (2022): Optimization and diversification of cryptocurrency portfolios: a composite copula-based approach. *Applied Sciences*, 12(13), 6408. <https://doi.org/10.3390/app12136408>.
- Wermers, R. (2000): Mutual fund performance: An empirical decomposition into stock-picking talent, style, transactions costs, and expenses. *Review of Finance*, 55(4), 1655–1695. <https://doi.org/10.1093/rof/rfwo74>.
- Yang, L. – Rea, W. – Rea, A. (2017): Financial insights from the last few components of a stock market PCA. *International Journal of Financial Studies*, 5(3), 15. <https://doi.org/10.3390/ijfs5030015>.
- Yuan, C. – Yang, H. (2019): Research on K-value selection method of K-means clustering algorithm. *J*, 2(2), 226–235. <https://doi.org/10.3390/j2020016>.
- Zoričić, D. – Dolinar, D. – Golubić, Z. L. (2020): Factor-based optimization of a fundamentally-weighted portfolio in the illiquid and undeveloped stock market. *Journal of risk and financial management*, 13(12), 302. <https://doi.org/10.3390/jrfm13120302>.

